

レンチキュラー方式3Dディスプレイにおける
レンチキュラー板の最適厚さを検証する
ー 通常使用の場合 ー

元日本工業大学、元凸版印刷株式会社
山田 千彦



はじめに

過去

1903 Parallax Stereogram メガネなしで立体視
1918 Parallax Panoramagram
1960 国内最初のレンチキュラー方式立体印刷製品



現代

アナログ から デジタル 時代 技術進歩
商品化 → 個人向け → 市場拡大
メガネなしで立体視出来る製品 → 市場の認識、拡大に貢献



基礎技術に課題が残っている → 検証する



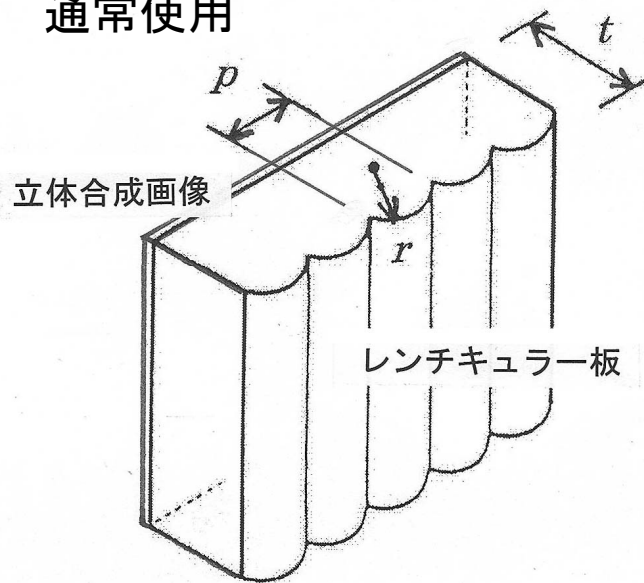
未来

立体TV放送の開始 メガネなしで立体視出来る

レンチキュラー板の形状

— 通常使用の場合 —

通常使用



レンチキュラー板の外観はシリン
ドリカルな形をした凸レンズが面状に並
んでいる。

その断面形状

曲率半径 : r

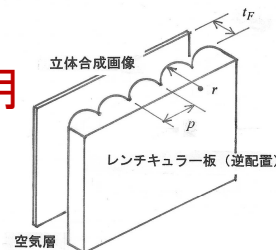
ピッチ : p

最適な厚さ : t

からなっている。

レンチキュラー板の裏面に立体合
成された画像が密着されている。

逆使用



検証する計算式

最適な厚さ : t を求める式が2つある。

t (一般式)

$$t = \frac{n}{n-1} r$$

N.A.Valyus : 「STEREOSCOPY」
THE FOCULPRESS 1966

t : 厚さ

n : 屈折率

r : 曲率半径

$2\phi_0$: 開口角

大越孝敬著「三次元画像工学」
産業図書(株) 1973

t (大越式)

$$t = \frac{g(\phi_0)}{n^2 - 1} \{x(\phi_M) + r \sin \phi_0\} + r(1 - \cos \phi_0)$$

$$\phi_0 = \sin^{-1} \frac{p}{2r}$$

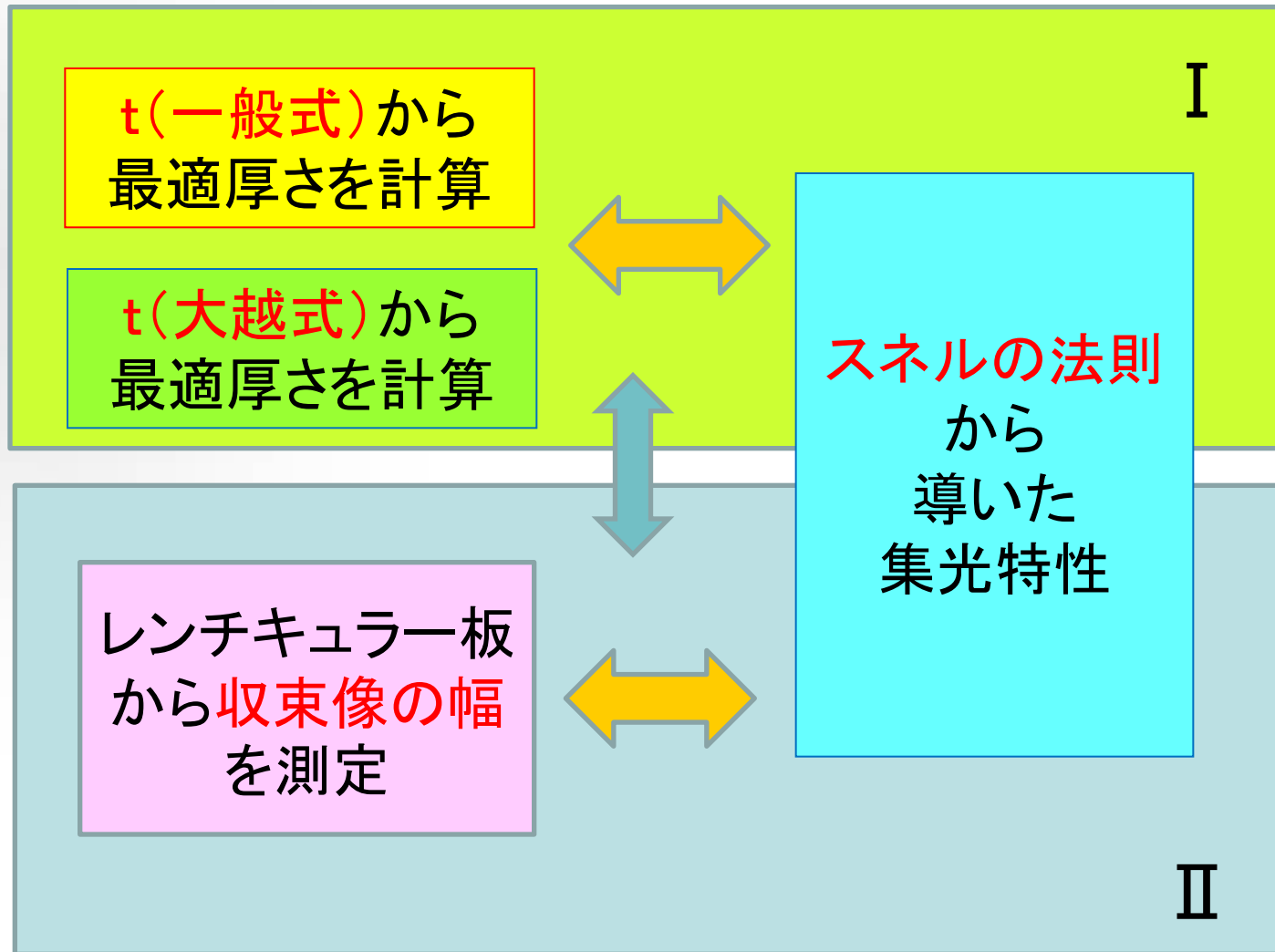
$$\phi_M = \frac{\phi_0}{2}$$

$$x(\phi_M) = r \frac{f(\phi_M) - f(\phi_0)}{g(\phi_M) + g(\phi_0)}$$

$$f(\phi) = \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} + \cos \phi$$

$$g(\phi) = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} + n^2 \cos \phi}{\sin \phi}$$

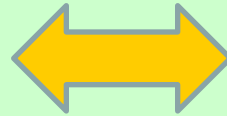
検証



検証(I)

t(一般式)から
最適厚さを計算

t(大越式)から
最適厚さを計算



スネルの法則
から導いた
集光特性

3つの計算式における
最適厚さを計算する上の共通なデータ

$r=2.00 \text{ mm}$

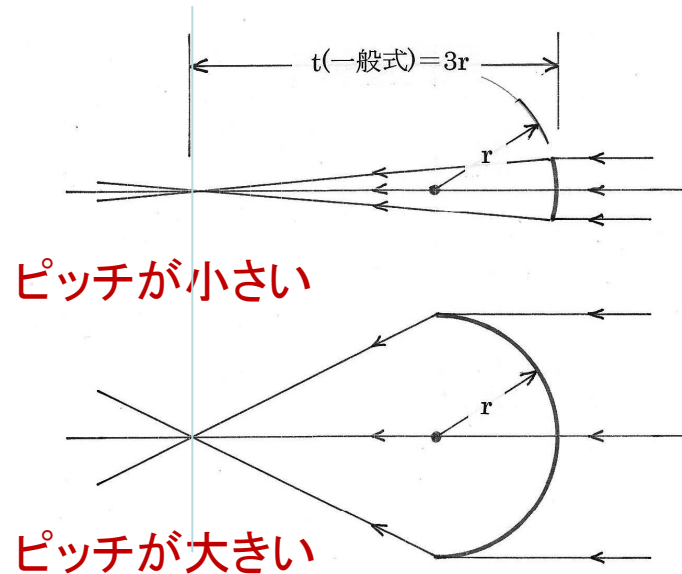
$p=0.0000 \sim 4.0000 \text{ mm}$

$n=1.50$

検証(Ⅰ)／具体的な計算

t(一般式)

$$\begin{aligned} t &= \frac{n}{n-1} r \\ &= \frac{1.50}{1.50-1} \times 2.00 \\ &= 6.00 \\ &= 3r \end{aligned}$$



屈折率:n および曲率半径:r から厚さが決定され、
開口角に関係なく、厚さは一定値となる。

検証(Ⅰ)／具体的な計算 t (大越式)

レンズ面に入射した光束は樹脂内の厚さ: t の位置に集光する。

通常、樹脂の厚さは t で造られており、
レンズとしての焦点距離： f は

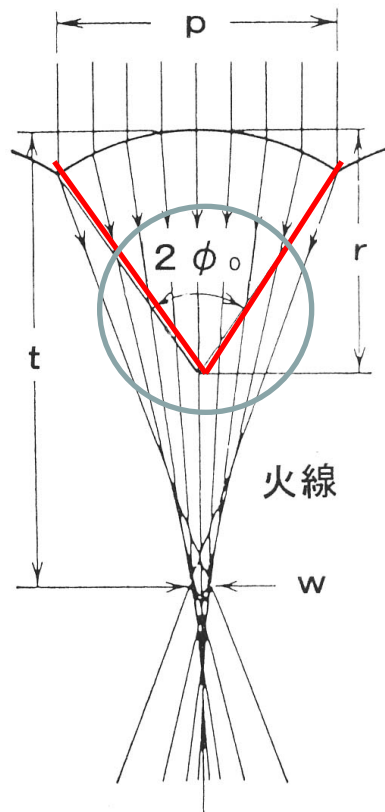
$$t = f$$

となる。

この時

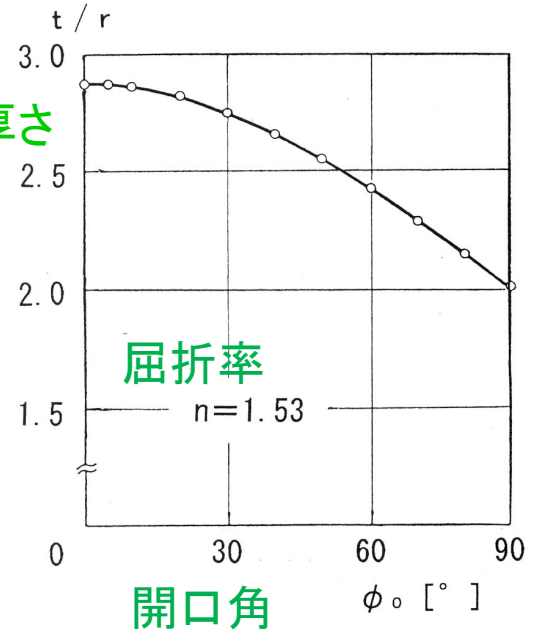
厚さ: t は開口角により違ってくる。

$2\phi_0$: 開口角



$p = 0$ の時 $2\phi_0 = 0$ $p = 2r$ の時 $2\phi_0 = 180$ 度となる

最適厚さ



検証(Ⅰ)／具体的な計算 スネルの法則

$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2$$

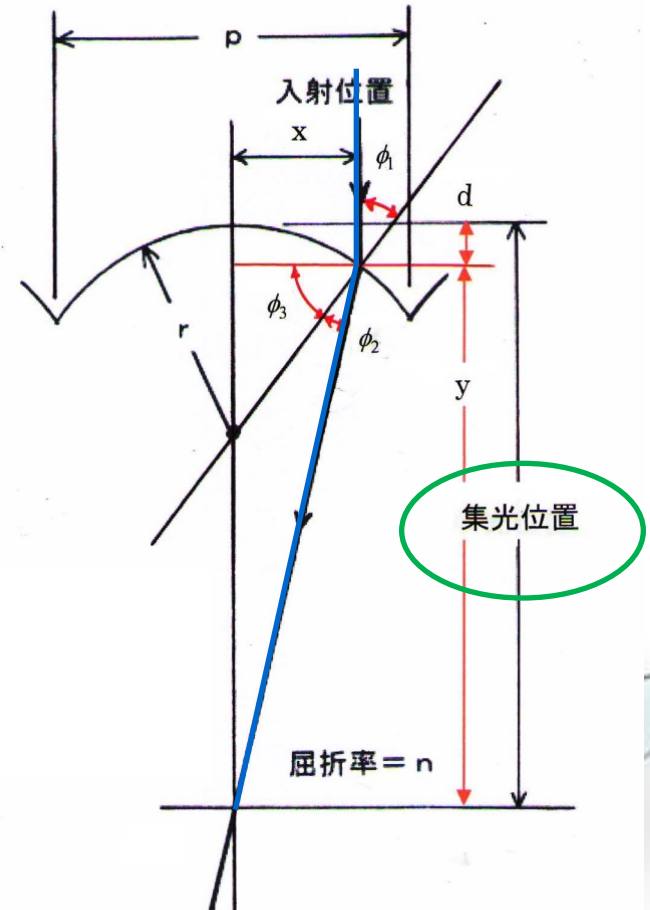
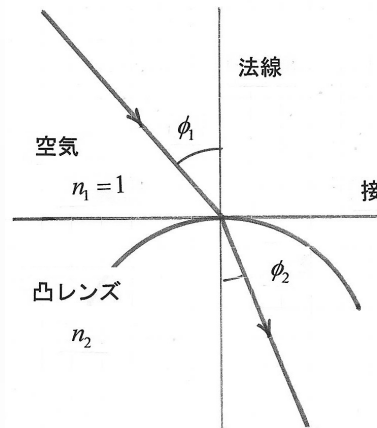
レンズ面に入射

$$\text{集光位置} = d + y$$

$$d = r - \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$y = x \tan(\phi_3 + \phi_2)$$

$$= x \tan \left(\cos^{-1} \frac{x}{r} + \frac{\sin^{-1} \frac{x}{r}}{n} \right)$$



検証(Ⅰ)／具体的な計算／スネルの法則

開口角＝20度の場合

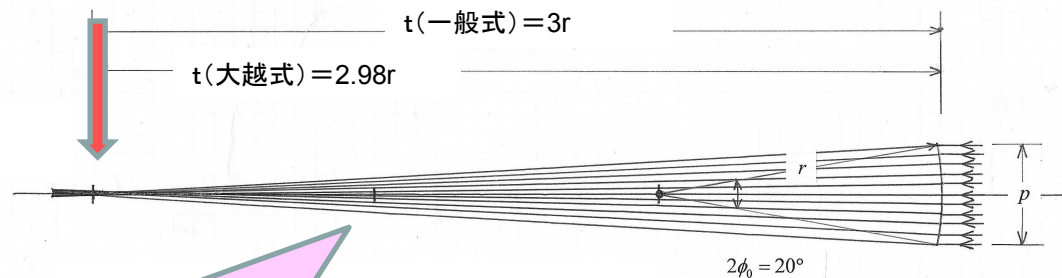
入射位置	集光位置	
x	d+y	r表示
0.3473	5.9596	2.98
0.3126	5.9673	2.98
0.2778	5.9742	2.99
0.2431	5.9802	2.99
0.2084	5.9855	2.99
0.1737	5.9899	2.99
0.1389	5.9936	3.00
0.1042	5.9964	3.00
0.0695	5.9984	3.00
0.0347	5.9996	3.00

$$r = 2.00$$

$$p = 0.6946$$

x値を $\frac{p}{2} \times \frac{10}{10}$ から $\frac{1}{10}$ 単位で

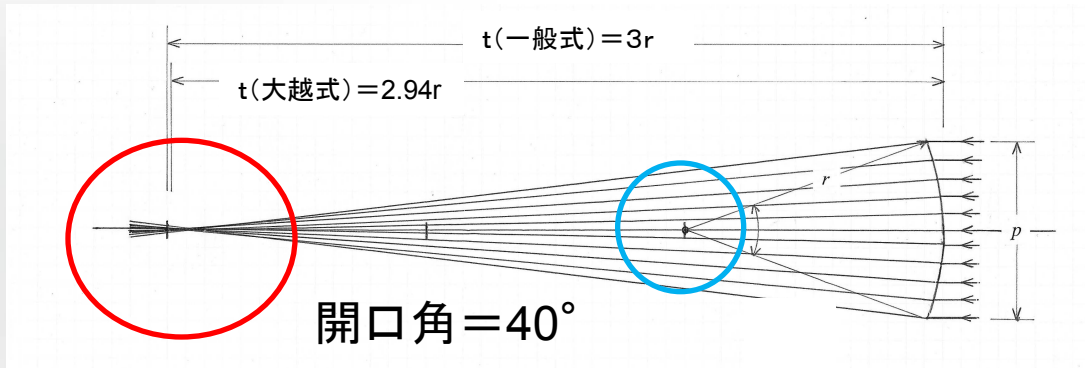
$\frac{p}{2} \times \frac{1}{10}$ まで10ポイント設定



スネルの法則から求めた集光特性

検証(Ⅰ)／具体的な計算／スネルの法則

開口角＝40度、および60度の場合

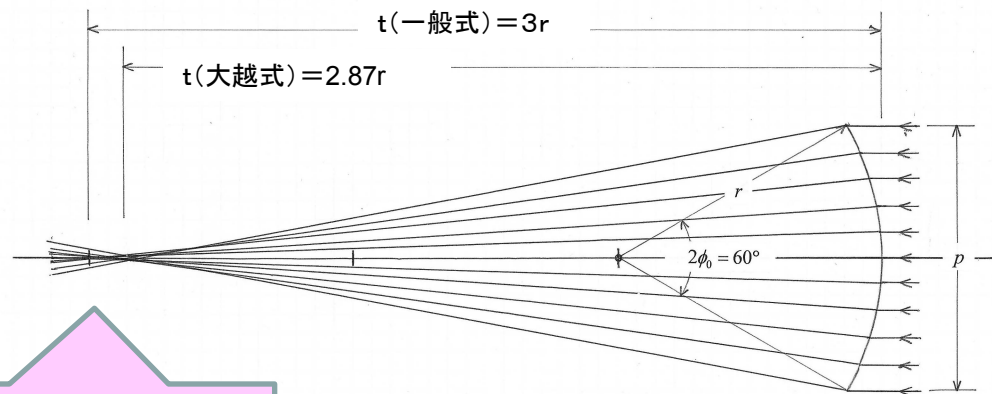


$$r = 2.00$$

$$p = 1.3681$$

$$r = 2.00$$

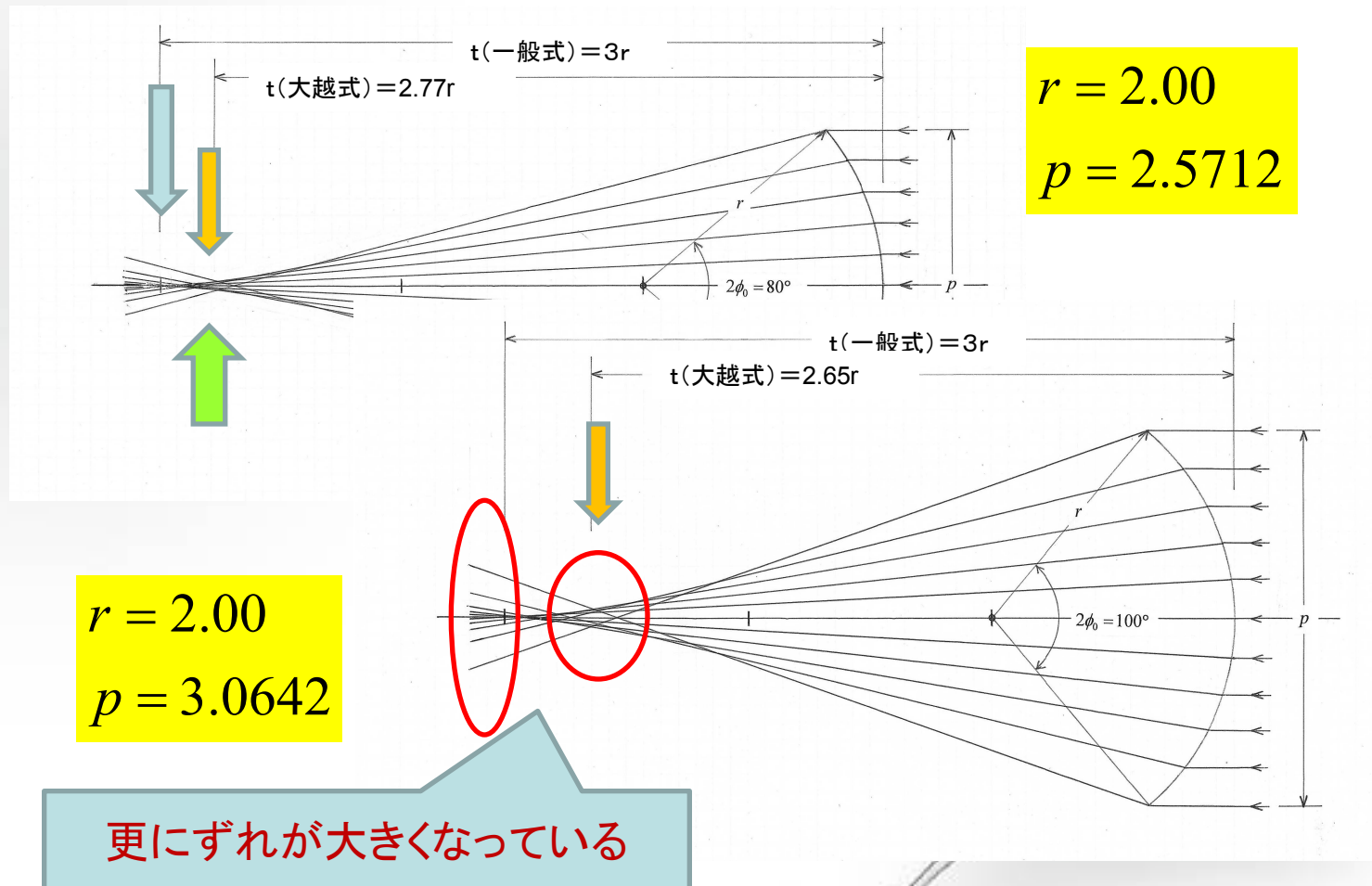
$$p = 2.0000$$



少しずれて来ている

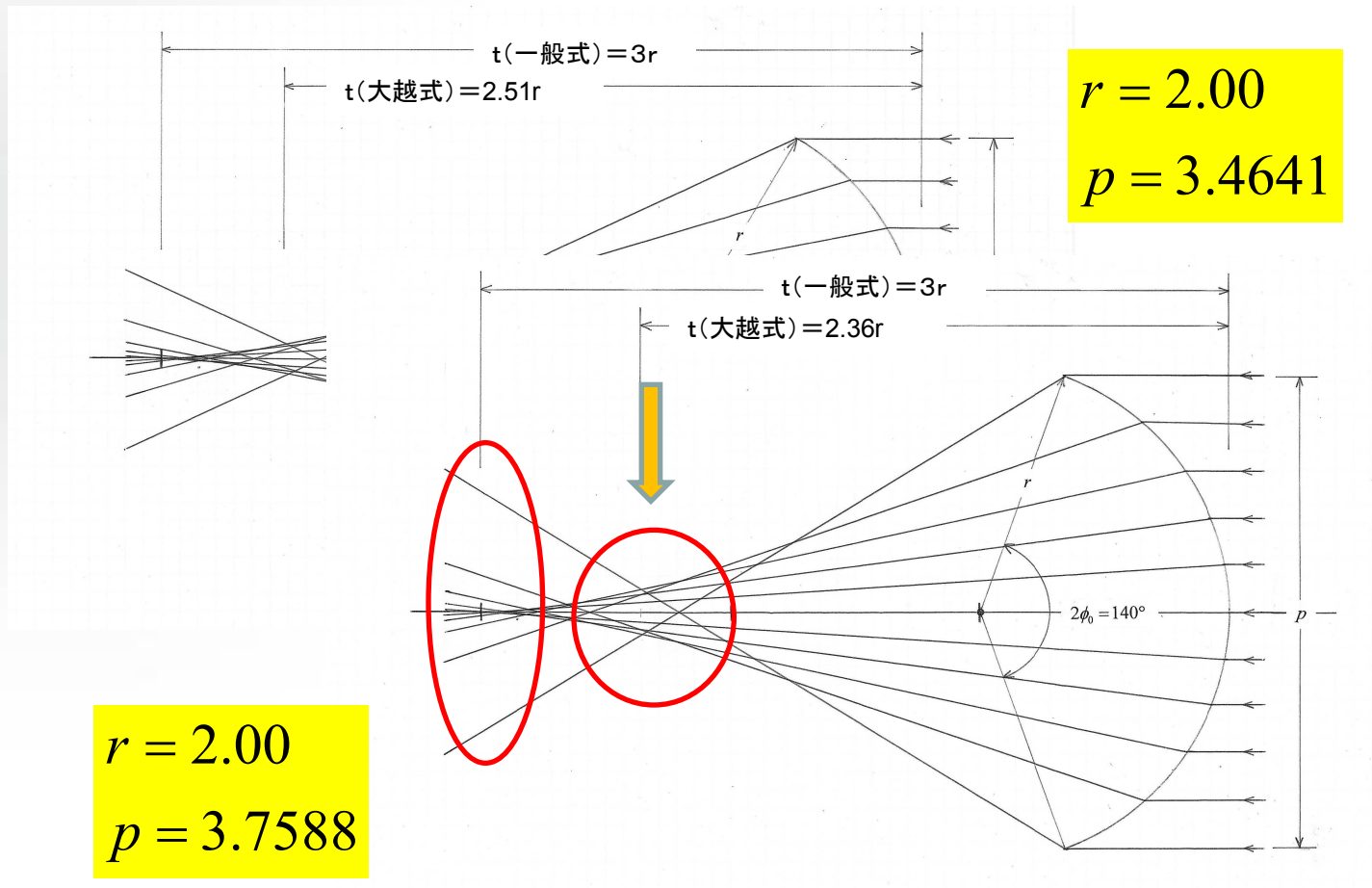
検証(Ⅰ)／具体的な計算／スネルの法則

開口角＝80度、および100度の場合



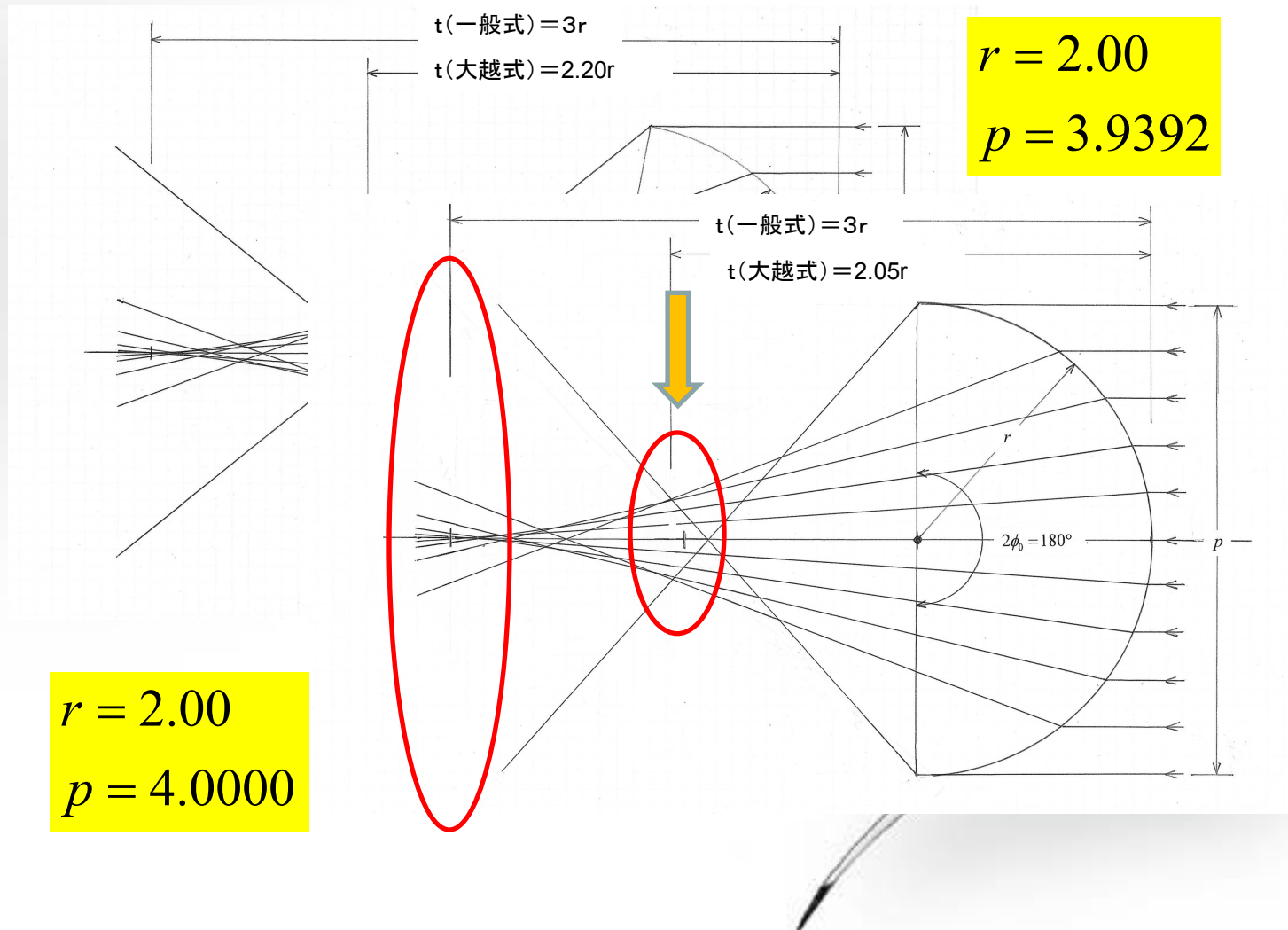
検証(Ⅰ)／具体的な計算／スネルの法則

開口角＝120度、および140度の場合



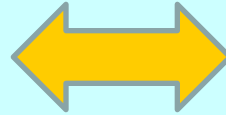
検証(Ⅰ)／具体的な計算／スネルの法則

開口角＝160度、および180度の場合



検証(Ⅱ)

レンチキュラー板
から収束像の幅
を測定



スネルの法則
から導いた
集光特性

測定試料

形状の分かっているレンチキュラー板

(A) $r=0.52$

$p=0.5375$

$t=1.42$

$n=1.53$ (PVC)

(B) $r=1.00$

$p=1.2700$

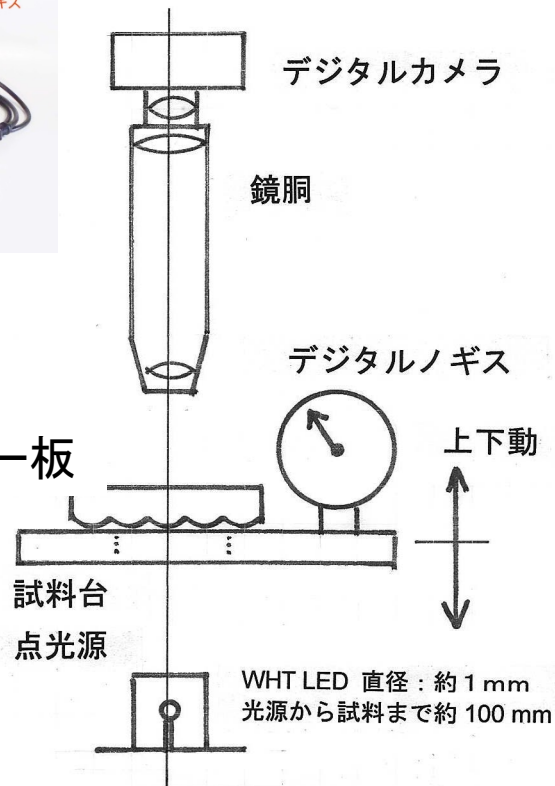
$t=2.70$

$n=1.53$ (MS)

検証(Ⅱ)／収束像の幅を測定



被測定
レンチキュラー板



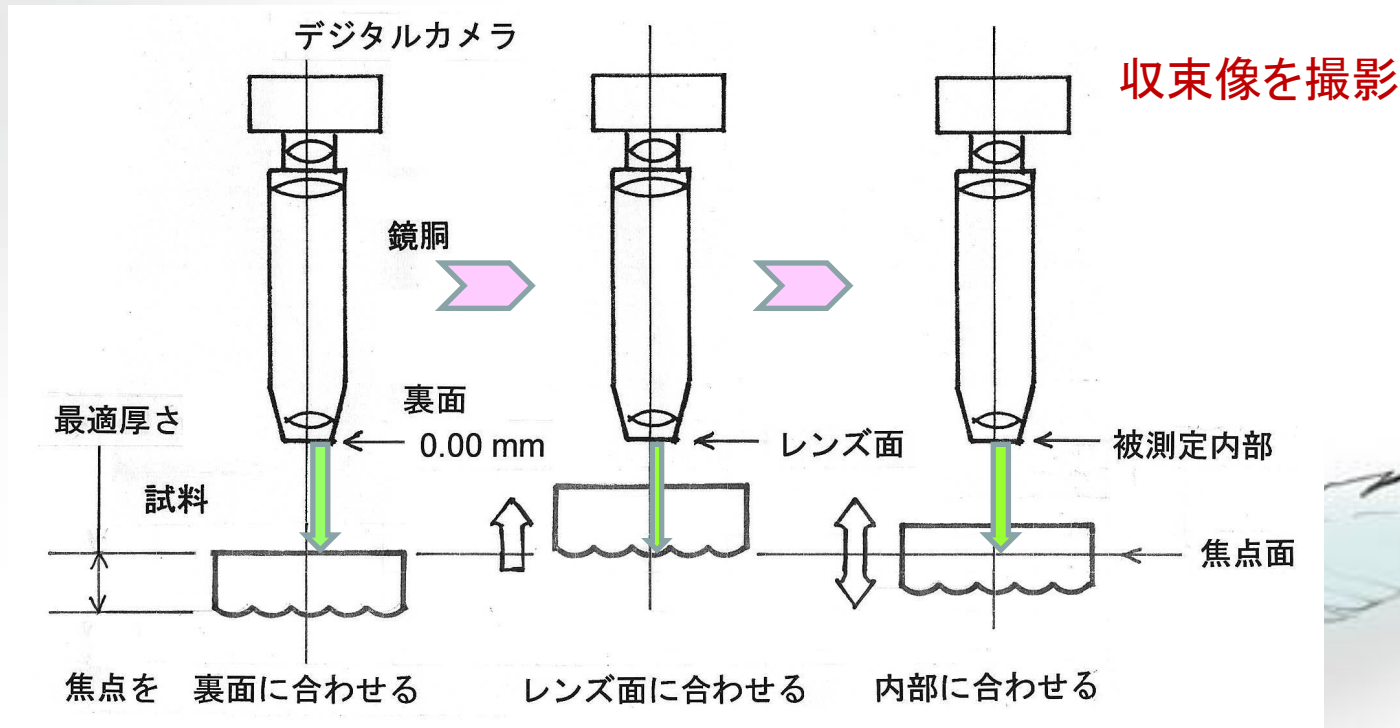
測定手順

- ①試料の裏面にピントを合わせ、Z軸を 0.00mm にリセットする
- ②試料台を所定の距離上下動する
- ③その時の収束像をデジカメで撮影する
- ④撮影画像をプリントする
- ⑤プリント画像から収束像の幅を測定する



検証(Ⅱ)／収束像の幅を測定する方法

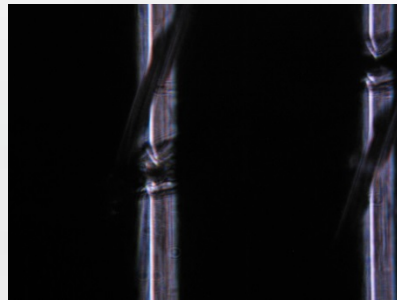
1. 試料の裏面に焦点を合わせ、デジタルメーターを 0.00 mm にリセットする
2. レンズ面に焦点を合わせたときのデジタルメーターの値は、
最適厚さ／屈折率 となる。
3. 内部の任意の位置の数値は **任意の位置／屈折率** となる。



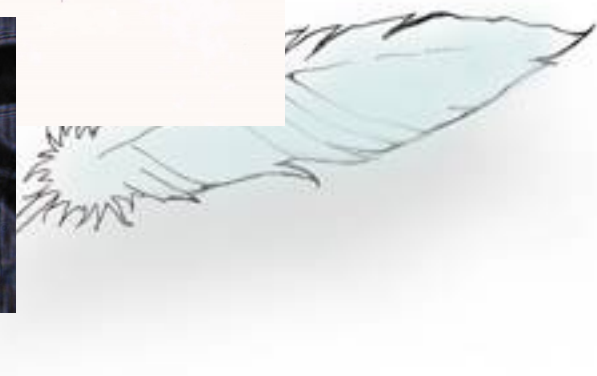
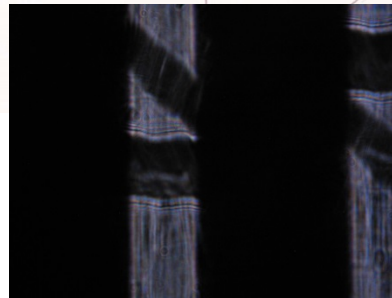
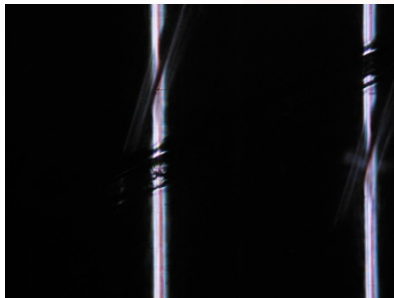
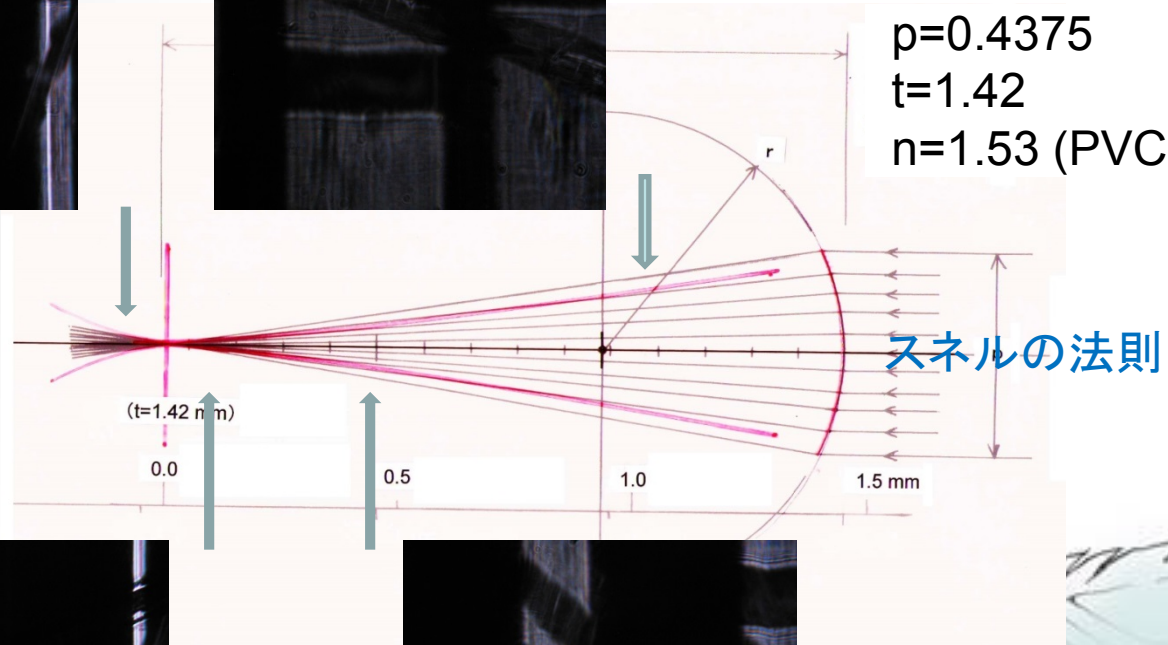
検証(Ⅱ)

測定結果とスネルの法則の集光特性

A



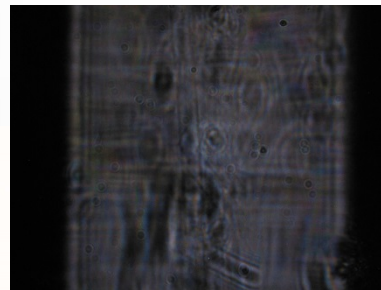
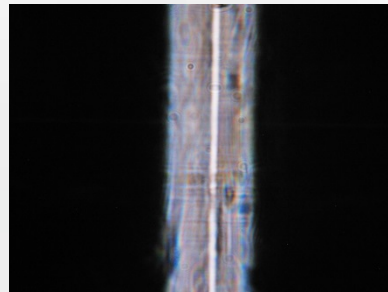
$r=0.52$
 $p=0.4375$
 $t=1.42$
 $n=1.53$ (PVC)



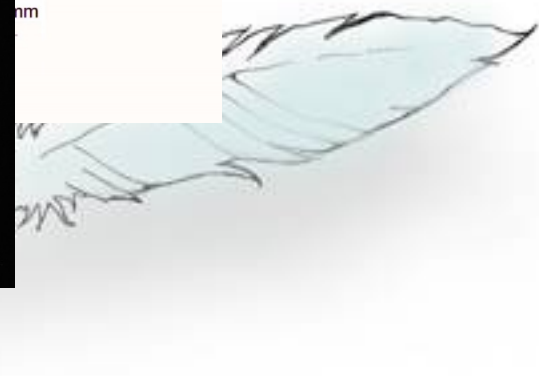
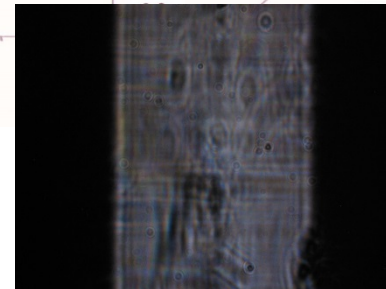
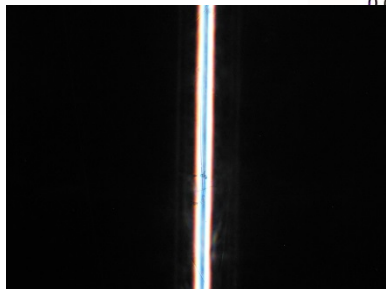
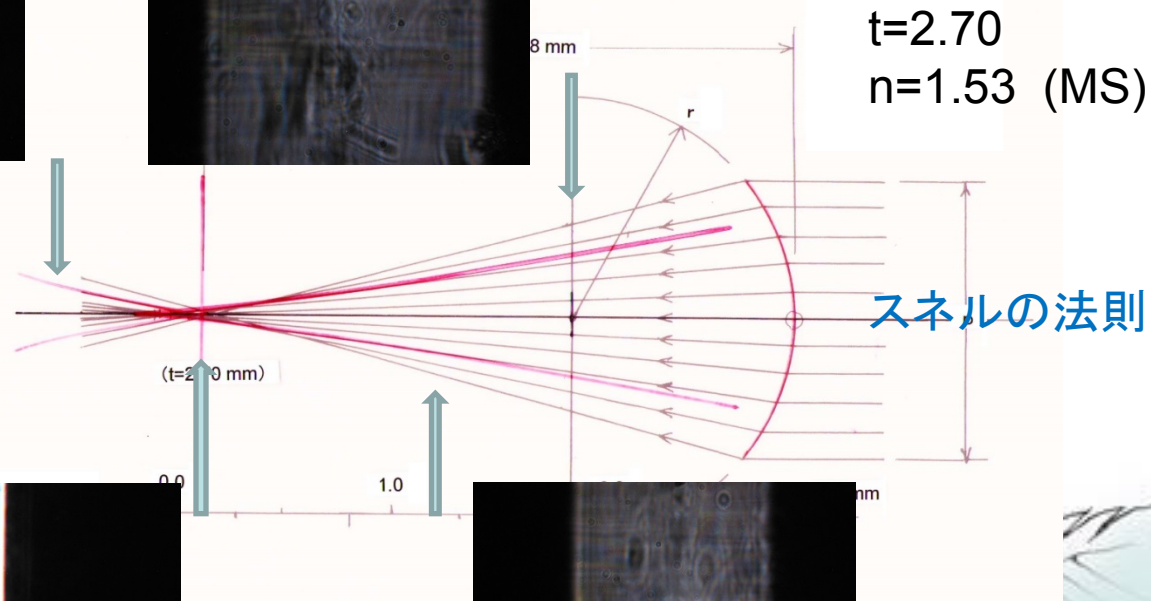
検証(Ⅱ)

測定結果とスネルの法則の集光特性

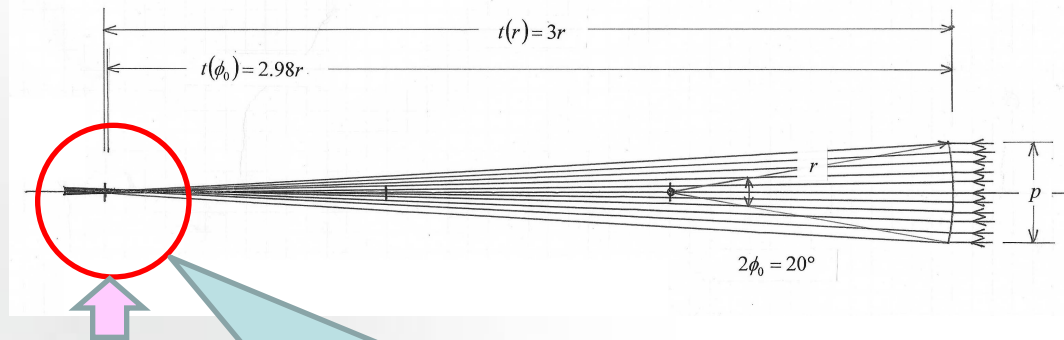
B



$r=1.00$
 $p=1.2700$
 $t=2.70$
 $n=1.53$ (MS)



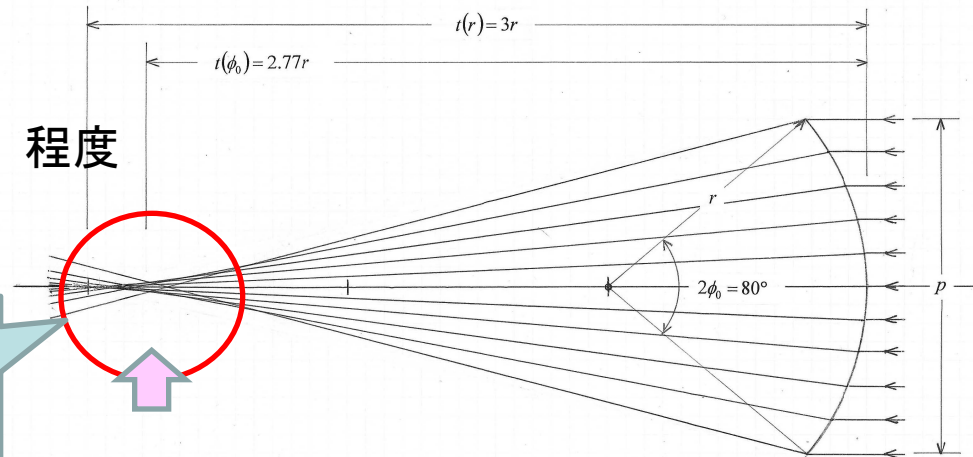
考察(1/2)



開口角: $0 \sim 40^\circ$ 程度

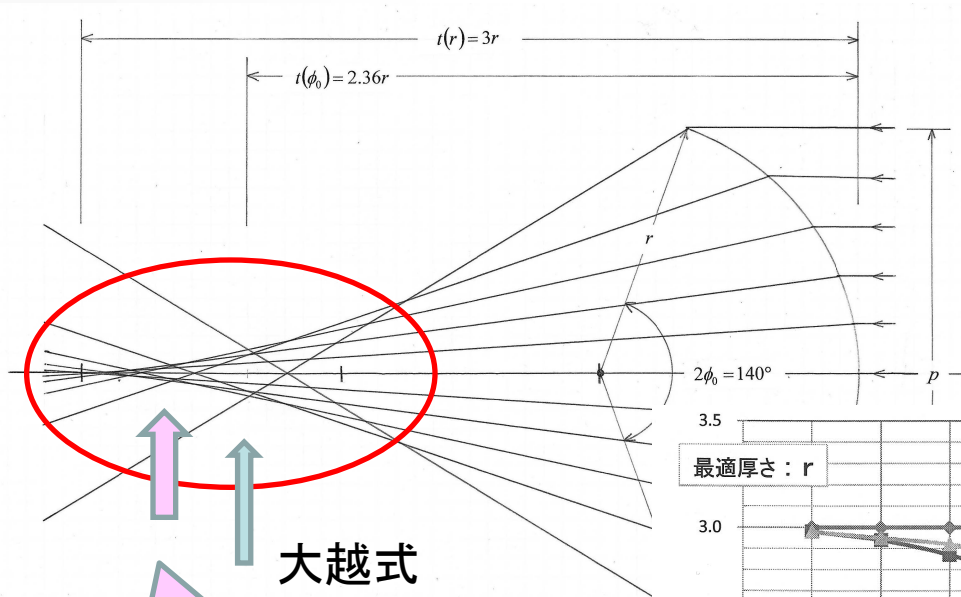
三者の計算値がほぼ一致している

開口角: $60 \sim 100^\circ$ 程度



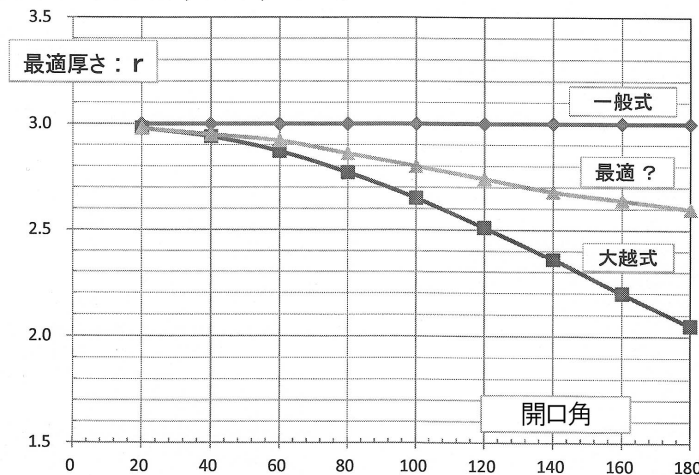
スネルの法則と大越式の計算値がほぼ一致している

考察(2/2)



開口角: 100°
程度以上となると

筆者の判断でこの位置が
最適厚さと判断している点
「最適？」



市場にあるレンチキュラー板に開口角: 100° 以上はほとんどない。

結論

スネルの法則から集光特性を求める



市場にあるレンチキュラー板
では、大越式
から最適厚さを計算する



収束像の測定画像



レンチキュラー板の最適厚さは大越式で
計算できる



レンチキュラー方式3Dディスプレイにおける
レンチキュラー板の最適厚さを検証する

ー 通常使用の場合 ー

ありがとうございました



レンチキュラー方式3Dディスプレイにおける レンチキュラー板の最適厚さを検証する

— 通常使用の場合 —

Verify the Optimum Thickness of Lenticular Plate
in Lenticular Method 3D Display

— In the Case of Ordinary Use —

山田 千彦

元日本工業大学, 元凸版印刷 (株)

〒120-0014 東京都足立区西綾瀬 4-13-17

E-mail : c-yamada@jcom.zaq.ne.jp

1960 年に某印刷会社からメガネなしで立体視出来る「レンチキュラー方式の立体印刷製品」が日本で初めて商品化されている。今、それから 50 年以上が経ち、技術進歩がアナログ時代からデジタル時代が変わっている。しかし、その様なかで基礎的なことでありながら不明確のまま商品化が進んでいる点に気づいている。それらの中の 1 つから、レンチキュラー板の「凸レンズとしての集光特性」について検証する。

1. はじめに

日本国内において、1960 年代から印刷企業を中心にメガネなしで立体視できる「レンチキュラー方式印刷タイプ 3D ディスプレイ (通称: ステレオ印刷)」が市場に流れる様になり、当時としては珍しさが伴って多くの商品化が進められている。しかしその多くは宣伝用であり、個人向けの商品は少なかった。

当時ステレオ印刷を手にすると誰もが驚き、興味を示していたが、お金を出して購入する人はほとんどいなかった。

あれから 50 年以上が経ち、市場における栄枯盛衰の中、脈々と製品化が続いており、個人向けの製品が大きく伸びてきている。

1990 年代に入り、立体映画、あるいは臨場感通信、等に多くの論文が出る様になり、メガネなしで立体視できる産業用 3D ディスプレイが市場に出る様になってきた。

今、地上デジタル放送が実用に入り、次は立体 TV 放送の実用化と言われている。当然

メガネなしで立体視できる方式になるであろうと言われている。

そのような流れの中で、2 眼式のメガネをかけて立体視する方法ではあるが、2005 年頃から立体映画がフルタイムで上映される様になっている。また、2010 年は家庭用立体 TV 元年と言われ、多くの家電メーカーから立体 TV が販売される様になってきた。

そして、2011 年 10 月には「メガネなしで立体視出来る多像式の家庭用立体 TV」までも発売されている。

益々発展を続けていく 3D ディスプレイ市場を拡大させていく上で、ステレオ印刷製品が何らかの形で貢献していると思われる。

この様な中で、基礎的なことでありながら不明確のまま商品化が進んでいる点がある。

より良い商品化のためには、それらの 1 つであるレンチキュラー板の「凸レンズとしての集光特性」について詰めてみる。

レンチキュラー板は、通常、レンズ面を表

にして使用しているが、用途によっては逆（レンズ面を内側）に使用することもできる。

本稿では、まず「通常使用の場合」について検証を進める。

2. レンチキュラー形状

レンチキュラー板の外観を図 01 に示す。その全面は、シリンドリカルな形をした凸レンズが面状に並んだ凸レンズ板であり、その断面形状は、曲率半径： r 、シリンドリカル・レンズの繰り返しであるピッチ： p 、および最適な厚さ： t からなっており、レンズ板としての焦点距離を f としたとき、通常は、

$$f = t \quad (01)$$

に作られており、レンチキュラー板の裏面に立体合成画像が密着、または接着されている。

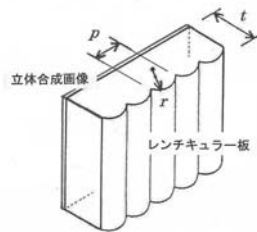


図01 レンチキュラー形状

3. 最適な厚さを求める計算式

最適な厚さ（焦点距離）を求める計算式が2つ存在している。1つは「一般式」^[1] であり、他は「大越式」^[2] である。

3.1. 一般式

一般式は、

$$t = \frac{n}{n-1} r \quad (02)$$

であり、式(02)で最適な厚さ： t を計算すると、曲率半径： r 、および樹脂の屈折率： n で求めることが出来、レンチキュラー形状に関係なく1つの答えが得られる。

3.2. 大越式

大越式は式(03)で表すことができ、故・大越孝敬教授（元・東京大学）の著書で提案されている。式(03) で最適な厚さ： t を計算するとき、レンチキュラー形状におけるレンズの開口角： $2\phi_0$ により答えが違っており、凸レンズとしての集光特性を図 02 に示す。

開口角と最適厚さとの関係を図 03 に示す。横軸が開口角であり、縦軸が最適な厚さを示している。

$$\begin{aligned} t &= \frac{g(\phi_0)}{n^2 - 1} \{x(\phi_M) + r \sin \phi_0\} + r(1 - \cos \phi_0) \\ \phi_0 &= \sin^{-1} \frac{p}{2r} \\ \phi_M &= \frac{\phi_0}{2} \\ x(\phi_M) &= r \frac{f(\phi_M) - f(\phi_0)}{g(\phi_M) + g(\phi_0)} \\ f(\phi) &= \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} + \cos \phi \\ g(\phi) &= \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} + n^2 \cos \phi}{\sin \phi} \end{aligned} \quad (03)$$

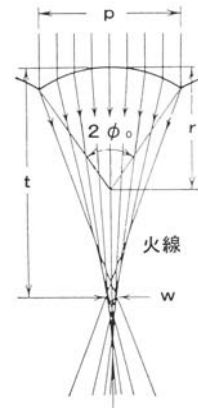


図02 集光特性

開口角は図 02 に示す $2\phi_0$ であるが、光軸に対し左右対称であることから図 03 では ϕ_0 で表示している。

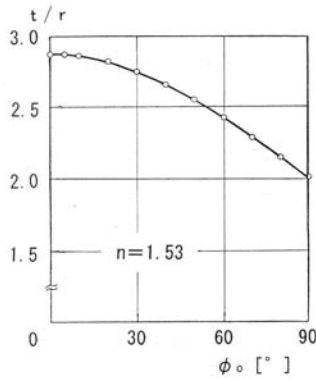


図03 開口角と厚さ

4. スネルの法則^[3] から集光特性を求める

実際に前項の2つの式(02)、および式(03)から最適な厚さ： t を求めて気がついたことは、計算結果の数値に大きな違いが出ていることである。

そこで、上記2者の違いを客観的に比較する。基本となる「スネルの法則」に基づいて、凸レンズの表面に入射する光が樹脂の中で光軸上のどこに集光するか、幾何学的に計算して集光位置を求める。

スネルの法則を図04に示し、式で表すと、

$$n_1 \sin \phi_1 = n_2 \sin \phi_2 \quad (04)$$

となる。 n_1 は入射側の媒質の屈折率であり、ここでは媒質が空気であり $n_1 = 1$ である。

ϕ_1 は入射角である。 n_2 は出射側の媒質の屈折率であり、樹脂の屈折率となる。

そして、 ϕ_2 は出射角である。

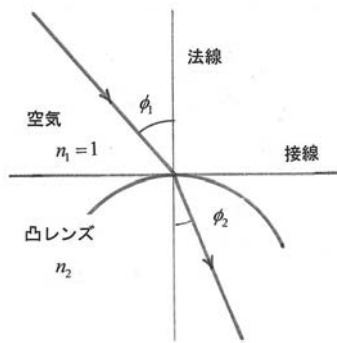


図04 レンズにおけるスネルの法則

そこで、具体的にレンズの表面に入射した光の屈折式を求めるための幾何学的関係図を図05に示す。そして、入射光の光軸上に到達する点までの距離（集光位置）は、

$$\text{集光位置} = d + y \quad (05)$$

$$d = r - \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$y = x \tan(\phi_3 + \phi_2)$$

$$= x \tan \left(\cos^{-1} \frac{x}{r} + \frac{\sin^{-1} \frac{x}{r}}{n} \right)$$

から計算出来る。

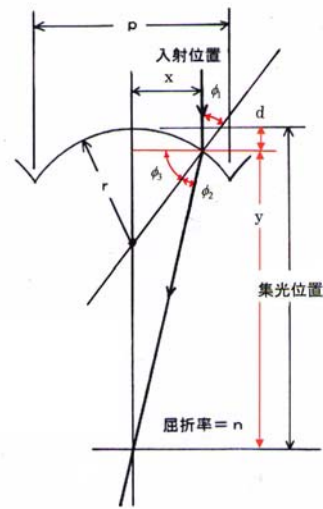


図05 入射光の幾何学的屈折図

5. 具体的計算

上記計算式である式(02)、式(03)、および式(05)に共通な具体的数値を入力して最適な厚さを計算する。

レンチキュラー形状における共通な数値を、

$$r = 2.00 \text{ mm}$$

$$p = 0.0000 \sim 4.0000 \text{ mm}$$

$$n = 1.50$$

とする。

5.1.一般式

一般式は式(02)で表されており、最適な厚さ： t を計算すると、

$$t = \frac{n}{n-1} r = \frac{1.50}{1.50-1} \times 2 = 6.00$$

$$= 3r$$

となる様に、ピッチに関係なく、一定値となる。

5.2. 大越式

故・大越教授の計算式は式(03)で表されている。この式では開口角： $2\phi_0$ により最適な厚さが変わるので、計算例として、開口角を 20° 間隔として最適な厚さを計算する。

まず、各開口角におけるピッチを計算し、その結果を表 01 に示す。

表 01 開口角とピッチ

$2\phi_0$	p
0	0.0000
20	0.6946
40	1.3681
60	2.0000
80	2.5712
100	3.0642
120	3.4641
140	3.7588
160	3.9392
180	4.0000

次に、計算例として、開口角： $2\phi_0 = 20^\circ$ における集光特性を計算する。この時のレンチキュラー形状は、

$$r = 2.00$$

$$p = 0.6946$$

であり、式(03)に代入すると、最適厚さは、

$$t = 5.97 \text{ mm}$$

となり、更にその時の「 r 表示」を得る。

以下、同様に 0° を含めて、各開口角における最適な厚さを計算して、表にまとめると、表 02 となり、グラフに表示すると、図 03 とほぼ同じとなる。

表 02 大越式による計算結果

$2\phi_0$	p	t	r 表示
0	0.0000	6.00	3.00
20	0.6946	5.97	2.98
40	1.3681	5.88	2.94
60	2.0000	5.73	2.87
80	2.5712	5.53	2.77
100	3.0642	5.29	2.65
120	3.4641	5.02	2.51
140	3.7588	4.72	2.36
160	3.9392	4.41	2.20
180	4.0000	4.10	2.05

5.3. スネルの法則における

入射光の集光特性から計算

入射光の幾何学的屈折図を図 05 に示し、最適厚さを求めるための計算式を式(05)に示す。

計算例として、前項同様に開口角： $2\phi_0 = 20^\circ$ における集光特性を計算する。この時、ピッチは表 01 から、

$$p = 0.6946 \text{ mm}$$

であるが、入射位置： x を、

$$x = \frac{p}{2} \times \left(\frac{10}{10} \sim \frac{1}{10} \right)$$

となる 10 点の入射位置で計算を進め、その結果を表 03 に示す。

5.4. 計算結果

以下、同様に開口角を 40° から 180° まで計算を進める。その結果はここでは省略するが、計算結果の全グラフを図 06 に示す。ここで三者を比較出来るように、グラフの中に式(02)で得られた結果を t (一般式)、および式(03)で得られた結果を t (大越式)で表している。

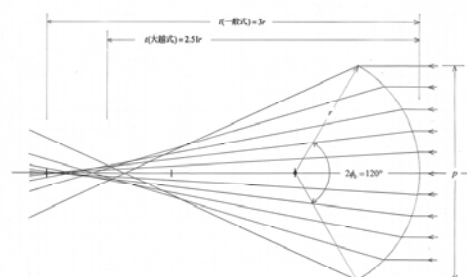
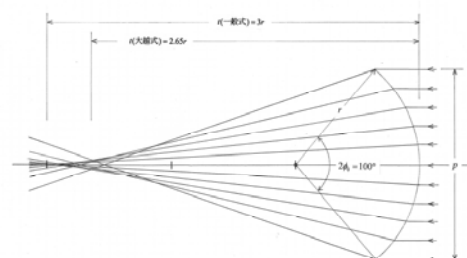
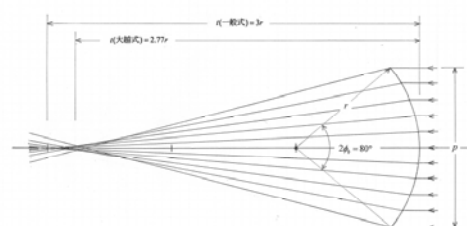
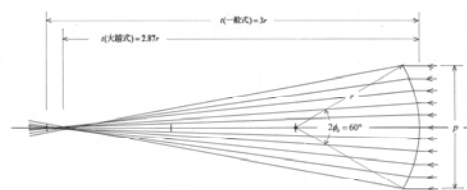
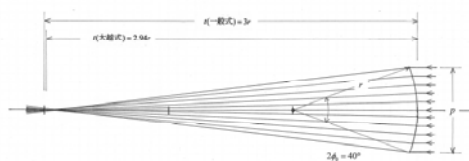
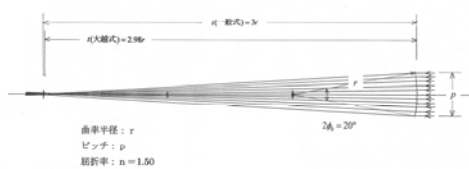
さらに、筆者の判断で、グラフの中でこの位置が最適な厚さではないか、と思われる点を「最適？」として、この点を加えて開口角

に対する集光位置のまとめを表 04、および図 07 に示している。

表 03 入射光の幾何学的屈折図から計算した集光特性
(開口角=20 度の場合)

x	$d+y$	r 表示
0.3473	5.9596	2.98
0.3126	5.9673	2.98
0.2778	5.9742	2.99
0.2431	5.9802	2.99
0.2084	5.9855	2.99
0.1737	5.9899	2.99
0.1389	5.9936	3.00
0.1042	5.9964	3.00
0.0695	5.9984	3.00
0.0347	5.9996	3.00

レンチキュラー板の集光特性



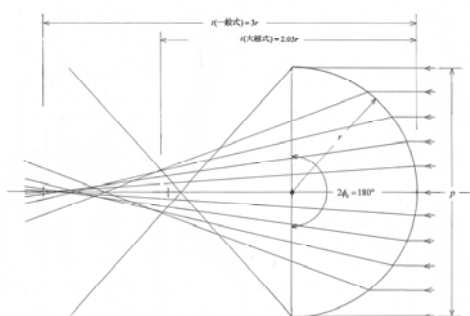
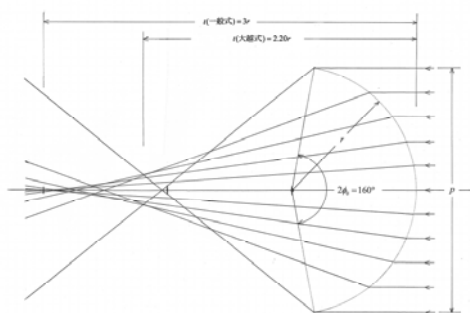
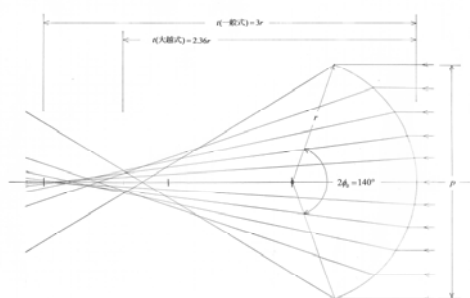


図06 集光特性、3者の比較図

表 04 開口角と集光位置

開口角	一般式	大越式	最適？	単位
20	3	2.98	2.98	r
40	3	2.94	2.95	
60	3	2.87	2.92	
80	3	2.77	2.86	
100	3	2.65	2.80	
120	3	2.51	2.74	
140	3	2.36	2.68	
160	3	2.20	2.64	
180	3	2.05	2.60	

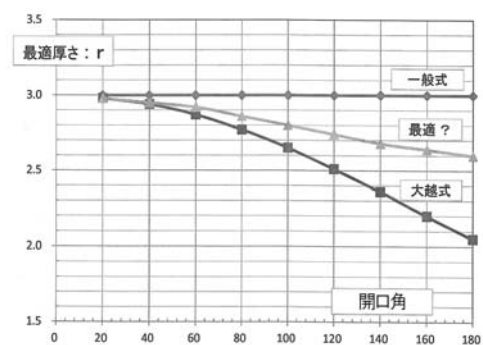


図07 開口角と集光位置のグラフ

6. 収束像の幅の測定

前章では計算から集光特性を求めている。本章ではレンチキュラー板の集光特性を収束像の幅として実際に測定する。

6.1. 測定治具

図08に示す顕微鏡により測定する。この顕微鏡は市販品であるが、レンチキュラー板の形状測定、および集光特性が出来るように筆者が改造している。



図08 測定用顕微鏡

顕微鏡は市販のカートン社製のCBMT-15を使用している。改造点は、

- ① XYステージのX軸にデジタルノギスを取り付けてレンチキュラー形状

- におけるピッチを測定する
- ② 鏡筒の上下動をデジタルノギスで測定し、収束位置を設定できる
 - ③ 下からの光源に自作の点光源（未図示）を取り付けて収束像の幅を測定する。

さらに、デジタルカメラにより観察画像を撮ることが出来る。

観察画像としては、

- ① レンチキュラー表面
- ② レンチキュラー断面
- ③ 収束像
- ④ 等

となる。

6.2. 測定方法

測定方法の概要を図 09 に示し、測定手順を述べる。

- ① 試料台にレンチキュラー板のレンズ面を下にして載せる
- ② 裏表面にピントを合わせる
- ③ Z 軸のデジタルノギスの表示を 0.00 にリセットする
- ④ 試料台を所定の量を上下動させる
- ⑤ その位置の空中像を収束像としてデジタルカメラで撮影する
- ⑥ 撮影画像をプリントする
- ⑦ プリント画像から収束像の幅を計算して求める

6.3. 被測定試料

形状の分かっている 2 点のレンチキュラー板を試料として測定する。

試料 A の形状は、

$$\begin{aligned} r &= 0.52 \\ p &= 0.4375 \\ t &= 1.42 \\ n &= 1.53 \quad (\text{PVC}) \end{aligned}$$

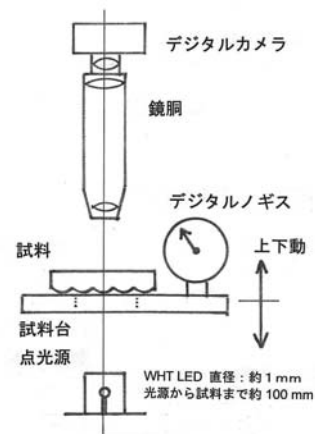


図 09 収束幅測定の概要図

試料 B の形状は、

$$\begin{aligned} r &= 1.00 \\ p &= 1.2700 \\ t &= 2.70 \\ n &= 1.53 \quad (\text{MS}) \end{aligned}$$

である。

6.4. 測定結果

測定結果を図 10、に示めす。図の中で、収束線はスネルの法則から計算で求めた線であり、包絡線は本章で測定した結果であり、図 10 ではこの 2 つのデータを重ねて表示している。

7. 考察と結論

第 4 章では、3 つの計算結果を比較する上でその違いを明確にするため、式(02)で得られた結果を t (一般式) で表示し、式(03) で得られた結果を t (大越式) で表している。そして、開口角を 20° から 180° までの全ての結果をグラフとして図 06 に示している。

これらのグラフにおいて、式(02)、式(03) から得られた結果、および式(05)から得られたグラフから分かることは、

- ① 開口角が小さい場合（例： $20 \sim 40^\circ$ 程度）は三者の計算値がほぼ一致している。

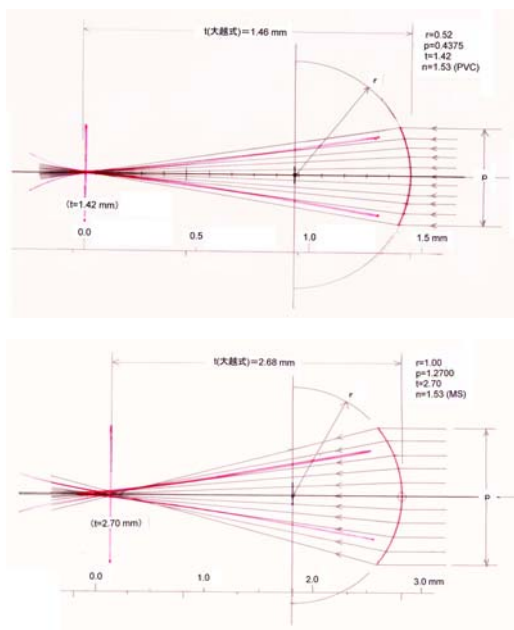


図 10 収束像測定結果

- ② しかし、開口角が 60° 以上に大きくなると、式(02)の計算値が他の2者とずれてきており、スネルの法則から求めた集光特性と式(03)で求める集光特性における最適な厚さがほぼ一致していることである。
- ③ しかし、 120° 以上大きくなると、式(02)、および式(03)の計算値の間に最適な厚さが存在する、と思われる。

一般的に市場にあるレンチキュラー板の開口角： 100° 以上は非常に少ないため、まずは、最適な厚さ： t は一般的な式(02)ではなく、故・大越教授の提案している式(03)で求めた値を使用すべきと判断できる結果となる。

さらに、この事実を検証するために第5章では実際の収束像の幅を測定し、レンチキュラー板の中でどの様に集光しているか、を測定している。スネルの法則から求めた集光特性と実際の試料から求めた包絡線はほぼ一致していることから、第4章で求めた結果はほぼ正しいとみることができる。

ところで、本稿では画像（製品）による検証は行っていない。

市場には多くの「ステレオ印刷」製品が出回っており、その品質（画質、立体感、等）はすばらしく良くなっている。

筆者はそれらの製品の中から何点か検査してみた。分かったことは、多くの製品で、レンチキュラー板の厚さが式(03)で計算した最適な厚さより若干薄くなっていることである。

8. おわりに

筆者が 1970 年代、ステレオ印刷製品の生産現場で参考になる文献はほとんどなく、故・大越教授からのご指導、および文献 [2] が唯一の参考書であったことを覚えている。

筆者は、それから長い年月、大越式である式(03)から最適な厚さを計算してきた。

さて、レンチキュラー板には2種類の使い方があり、本稿では通常の使い方における集光特性について論じてきた。しかし、もし逆に使用した場合はどうなるのであろうか。逆に使用した場合、画像は空気層を通して離れた位置に配置される。この時の空気層の距離（厚さ）を x_F としたとき、

$$x_F = \frac{t}{n}$$

から最適厚さを計算してきた。しかし、この計算は正しかったのであろうか。

この様に、ステレオ印刷製品を生産していく中で、まだまだ不明な課題が存在している。今後、これらを課題として解明していく事になる。

<参考文献>

- [1] N.A.Valyus : 「STEREOSCOPY」 THE FOCUL PRESS pp.198- (1966)
- [2] 大越孝敬 : 「三次元画像工学」 産業図書 (株) pp.75- (1973)
- [3] 永田真一 : 「図解レンズがわかる本」 (株) 日本実業出版社 pp.44- (2004)